Exercices Fonctions Linéaires

$\boxed{1}$ On considère f et g deux fonctions linéaires.

Le coefficient de f est – 3 et on sait que g(3) = 6

a) Calculer l'image de 2 et l'image de – 4 par la fonction f
b) Déterminer le coefficient de l'application linéaire g
c) Représenter graphiquement f et g dans un repère orthonormal.

$\boxed{2}$ On dispose d'une citerne que l'on remplit d'eau. On note le volume d'eau et la durée de remplissage.

Temps en minutes	10	15	50
Volume en litres	400	600	2000

a) La durée de remplissage et le volume d'eau sont-ils proportionnels ?
b) On appelle x le volume en litres, montrez que la durée de remplissage est une fonction linéaire de x
c) Représenter graphiquement cette fonction pour tout x compris entre 0 et 3000
d) Utiliser ce graphique pour déterminer une valeur approchée :

- de la durée de remplissage pour un volume de 1300 litres
- du volume obtenu au bout de 26 minutes

e) Retrouver les résultats exacts par le calcul

$\boxed{3}$ Population

La population d'une ville augmente de 2% par an. Soit x cette population
Montrer que la population de l'année suivante est une fonction linéaire que l'on précisera
Si cette population est de 100 000 habitants quelle sera la population au bout de 5 ans ?

$\boxed{4}$ Les soldes

Taux\avant solde	100	400	
5			
10			540
		280	
50			

- compléter le tableau qui donne le prix soldé de 3 articles
- donner les 4 fonctions linéaires qui donnent le prix soldé en fonction du prix avant solde

$\boxed{5}$ Voici la consommation d'une automobile suivant le nombre de kilomètres

Consommation en litres	4,8	12	16,8	36
Distance en km	60	150	210	450

a) Montrer que la consommation est proportionnelle à la distance parcourue.
b) On appelle x le nombre de km parcourus, montrer que la consommation est une fonction linéaire de x.
c) Représenter cette fonction pour tout x compris entre 0 et 500
d) Utiliser ce graphique pour déterminer une valeur approchée :
   - du nombre de litres consommés pour 340 km parcourus
   - de la distance parcourue avec 17 litres d'essence

e) Retrouver les résultats exacts par le calcul

Exercice 1

a)

On a les valeurs suivantes :

$$f(2) = -6 \quad \text{et} \quad f(-4) = 12.$$

b)

La fonction est de la forme :

$$g(x) = ax \quad \text{avec } a \text{ le coefficient à déterminer.}$$

On sait que :

$$g(3) = a \times 3 = 6 \quad \text{donc} \quad a = \frac{6}{3} = 2.$$

Donc, l'expression de $g(x)$ est :

$$g(x) = 2x.$$

Exercice 2

a)

Oui, il s'agit d'un tableau de proportionnalité. Le coefficient de proportionnalité est 40.

b)

Oui, la fonction correspondante est :

$$f(x) = \frac{x}{40}.$$

c)

On calcule :

$$f(1300) = \frac{1300}{40} = \frac{130}{4} = 32,5.$$

De plus, on cherche x tel que $f(x) = 26$. Cela revient à résoudre :

$$\frac{x}{40} = 26.$$

On multiplie par 40 :

$$x = 26 \times 40 = 1040L.$$

Exercice 3

a) La fonction :

La fonction est définie par :

$$f(x) = 1,02x.$$

b) Calculs successifs :

$$f(100\ 000) = 102\ 000 \quad (1 \text{ an}),$$
$$f(102\ 000) = 104\ 040 \quad (2 \text{ ans}),$$
$$f(104\ 040) = 106\ 120,8 \quad (3 \text{ ans}),$$
$$f(106\ 120,8) = 108\ 243,216 \quad (4 \text{ ans}),$$
$$f(108\ 243,216) = 110\ 408,08032 \quad (5 \text{ ans}).$$

On résume avec :

$$100\ 000 \times 1,02^5.$$

—

Exercice 4

Les quatre fonctions sont :

$$f_1(x) = 0,95x, \quad f_2(x) = 0,9x, \quad f_3(x) = 0,7x, \quad f_4(x) = 0,5x.$$

—

Exercice 5

a) Coefficient de proportionnalité :

Le coefficient de proportionnalité est :

$$12,5.$$

b) Fonction associée :

La fonction est donnée par :

$$f(x) = \frac{x}{12,5}.$$

c) Graphique

d)Graphique

e) Calculs :

Pour $f(340)$, on calcule :

$$f(340) = \frac{340}{12,5} = 27,2 \text{ L}.$$

Pour $f(x) = 17$, on résout :

$$\frac{x}{12,5} = 17.$$

On obtient :

$$x = 17 \times 12,5 = 212,5 \text{ km}.$$

1 Notions de Base

Définition 1. *Une fonction f est **linéaire** si elle est de la forme :*

$$f : x \longrightarrow ax$$

avec a un nombre donné.

Exemple(s) 1.

$f : x \longrightarrow 3x$ *(ici $a = 3$)* ; $g : x \longrightarrow \frac{1}{2}x$ *(ici $a = \frac{1}{2}$)* ;

$h : x \longrightarrow -2.5x$ *(ici $a = -2.5$)* ; $u : x \longrightarrow \frac{x}{4}$ *(ici $a = \frac{1}{4}$)* ;

Attention, par exemple, $v : x \longrightarrow \frac{2}{x}$ n'est pas une fonction linéaire. (On doit multiplier la variable x par a.

2 Proportionnalité

Propriété 1.
Une situation de proportionnalité peut toujours se traduire par une fonction linéaire dont le coefficient de proportionnalité jouera le rôle de a.

Et Réciproquement, le tableau de valeurs d'une fonction linéaire $f : x \longrightarrow ax$ est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité est a.*

**(avec les valeurs de x sur une ligne et leurs images par la fonction f sur l'autre)*

Exemple(s) 2. *Voici une situation de Proportionnalité :*

Nombre de Ballons	1	2	5	10	11
Prix (en €)	12	24	60	120	...

La fonction linéaire associée est : $f : x \longrightarrow 12x$.

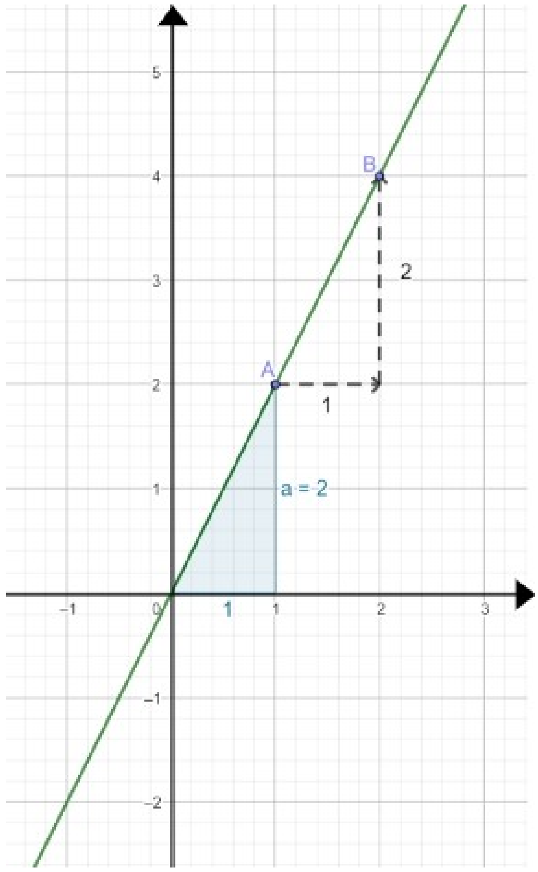
Pour trouver la valeur de la case à compléter, on fait : $f(11) = 11 \times 12 = 132$.

3 Représentation graphique

Propriété 2.
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère. Et réciproquement.

Exemple(s) 3. *Voici le graphe de la fonction* $f : x \to 2x$.

Pour 1 déplacement horizontal, on fait 2 déplacements verticaux car $a = 2$, *vers le haut car* $a = 2 > 0$ *(si* a *était négatif, ce serait vers le bas).*



Vocabulaire 1.
On dit que a *est* ***le coefficient directeur*** *de la fonction.*
(On parle aussi de ***taux d'accroissement****).*